PCT/JP2004/011568

日本国特許庁
JAPAN PATENT OFFICE

05.8.2004

別紙添付の書類に記載されている事項は下記の出願書類に記載されている事項と同一であることを証明する。

This is to certify that the annexed is a true copy of the following application as filed with this Office.

出願年月日
Date of Application: 2003年 8月11日

出願番号
Application Number: 特願2003－291614

[ST. 10/C] : [JP2003－291614]

出願人
Applicant(s): 独立行政法人 科学技術振興機構

PRIORITY DOCUMENT
SUBMITTED OR TRANSMITTED IN COMPLIANCE WITH
RULE 17.1(a) OR (b)

2004年 9月 9日

特許庁長官
Commissioner,
Japan Patent Office

小川 洋

出証番号 出証特2004－3081128

【書類名】　特許願
【整理番号】　P0737JP
【提出日】　平成15年 8月11日
【あて先】　特許庁長官殿
【国際特許分類】　H04B 3/00
【発明者】
　【住所又は居所】　岩手県盛岡市青山４－１７－４７－５０４
　【氏名】　西山 清
【特許出願人】
　【識別番号】　396020800
　【氏名又は名称】　科学技術振興事業団
【代理人】
　【識別番号】　100107010
　【弁理士】
　【氏名又は名称】　橋爪 健
【手数料の表示】
　【予納台帳番号】　054885
　【納付金額】　21,000円
【提出物件の目録】
　【物件名】　特許請求の範囲 1
　【物件名】　明細書 1
　【物件名】　図面 1
　【物件名】　要約書 1
　【包括委任状番号】　0013428

【書類名】特許請求の範囲
【請求項１】
次式で表される状態空間モデルに対して、
$x_{k+1}=F_k x_k+G_k w_k$
$y_k=H_k x_k+v_k$
$z_k=H_k x_k$
ここで、
x_k：状態ベクトルまたは単に状態
w_k：システム雑音
v_k：観測雑音
y_k：観測信号
z_k：出力信号
F_k：システムのダイナミックス
G_k：駆動行列
評価基準として忘却係数ρで重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネルギーゲインを予め与えられた上限値γ_fに対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数ρの最適化を同時に行うためのシステム推定方法であって、
処理部は、上限値γ_f、フィルタの入力である観測信号y_k、観測行列H_kを含む値を記憶部又は入力部から入力するステップと、
処理部は、前記上限値γ_fに従い、状態空間モデルに関連する忘却係数ρを決定するステップと、
処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列H_kを含む値を読み取り、前記忘却係数ρを用いて次式で表される変形H_∞フィルタを実行するステップと、
$\hat{x}_{k|k}=F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}+K_{s,k}(y_k-H_k F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1})$
ここで、
$\hat{x}_{k|k}$：観測信号y_0～y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値
$K_{s,k}$：フィルタゲイン
処理部は、変形H_∞フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶するステップと、
処理部は、求められた観測行列H_i、又は、観測行列H_iとフィルタゲイン$K_{s,i}$により、前記上限値γ_f及び前記忘却係数ρに基づく存在条件を計算するステップと、
処理部は、上限値γ_fを小さくしていき前記変形H_∞フィルタを実行するステップを繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶するステップと、
を含む前記システム推定方法。
【請求項２】
処理部は、前記存在条件を次式に従い計算する請求項１に記載のシステム推定方法。
【数１】
$$\hat{\Sigma}_{i|i}^{-1} = \hat{\Sigma}_{i|i-1}^{-1}+\frac{1-\gamma_f^{-2}}{\rho}H_i^T H_i>0, \quad i=0,\ldots,k \tag{17}$$
【請求項３】
処理部は、前記存在条件を次式に従い計算する請求項１に記載のシステム推定方法。

【数２】

$$-\varrho\hat{\Xi}_i \ + \ \rho\gamma_f^2 > 0, \quad i = 0,\cdots,k \tag{18}$$

ここで、

$$\varrho \ = \ 1-\gamma_f^2, \quad \hat{\Xi}_i = \frac{\rho \boldsymbol{H}_i \boldsymbol{K}_{s,i}}{1-\boldsymbol{H}_i \boldsymbol{K}_{s,i}}, \quad \rho = 1-\chi(\gamma_f) \tag{19}$$

【請求項４】
前記忘却係数ρ及び前記上限値γｆは、次式の関係である請求項１に記載のシステム推定方法。
０＜ρ＝１－χ（γｆ）≦１　（ただし、χ（γｆ）は、χ（１）＝１、χ（∞）＝０を満たすγｆの単調減衰関数）
【請求項５】
前記変形Ｈ∞フィルタを実行するステップは、
処理部は、前記フィルタゲインＫｓ，ｋを、次式により求めることを特徴とする請求項１に記載のシステム推定方法。
【数３】

$$\check{z}_{k|k} = \boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k} \tag{10}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k} = \boldsymbol{F}_{k-1}\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1|k-1} + \boldsymbol{K}_{s,k}(y_k - \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{F}_{k-1}\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1|k-1}) \tag{11}$$

$$\boldsymbol{K}_{s,k} = \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k^T(\boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k^T + \rho)^{-1} \tag{12}$$

$$\left.\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k} &= \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} - \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1}\boldsymbol{C}_k^T\boldsymbol{R}_{e,k}^{-1}\boldsymbol{C}_k\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \\ \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k+1|k} &= \left(\boldsymbol{F}_k\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k}\boldsymbol{F}_k^T\right)/\rho \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

ここで、

$$\begin{aligned} e_{f,i} &= \check{z}_{i|i} - \boldsymbol{H}_i\boldsymbol{x}_i, \quad \hat{\boldsymbol{x}}_{0|0} = \check{\boldsymbol{x}}_0, \quad \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{1|0} = \boldsymbol{\Sigma}_0 \\ \boldsymbol{R}_{e,k} &= \boldsymbol{R}_k + \boldsymbol{C}_k\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1}\boldsymbol{C}_k^T, \quad \boldsymbol{R}_k = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & -\rho\gamma_f^2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{C}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_k \\ \boldsymbol{H}_k \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{14}$$

$$0 < \rho \ = \ 1-\chi(\gamma_f) \le 1, \quad \gamma_f > 1 \tag{15}$$

$$\boldsymbol{G}_k\boldsymbol{G}_k^T = \frac{\chi(\gamma_f)}{\rho}\boldsymbol{F}_k\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k}\boldsymbol{F}_k^T \tag{16}$$

ここで、
ｘｋ：状態ベクトルまたは単に状態
ｙｋ：観測信号
ｚｋ：出力信号
Ｆｋ：システムのダイナミックス
Ｈｋ：観測行列
ｘ＾ｋ｜ｋ：観測信号ｙ０～ｙｋまでを用いた時刻ｋの状態ｘｋの推定値
Σ＾ｋ｜ｋ：ｘ＾ｋ｜ｋの誤差の共分散行列に対応
Ｋｓ，ｋ：フィルタゲイン
ｅｆ，ｉ：フィルタ誤差
Ｒｅ，ｋ：補助変数
【請求項６】
前記変形Ｈ∞フィルタを実行するステップは、
処理部は、初期条件に基づき、フィルタゲインＫｓ，ｋを前記式（１２）を用いて計算

するステップと、
処理部は、前記式（１１）のＨ∞フィルタのフィルタ方程式を更新するステップと、
処理部は、Σ＾ｋ｜ｋ、Σ＾ｋ＋１｜ｋを前記式（１３）を用いて計算するステップと
、
処理部は、前記各ステップを、時刻ｋを進ませて繰り返し実行するステップと
を含む請求項５に記載のシステム推定方法。
【請求項７】
前記変形Ｈ∞フィルタを実行するステップは、
処理部は、前記フィルタゲインＫｓ，ｋを、ゲイン行列Ｋｋを用いて、次式により求めることを特徴とする請求項１に記載のシステム推定方法。
【数４】

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k\hat{x}_{k-1|k-1}) \tag{20}$$

$$K_{s,k} = K_k(:,1)/R_{e,k}(1,1)\ ,\ K_k = \rho^{\frac{1}{2}}(\rho^{-\frac{1}{2}}K_kR_{e,k}^{-\frac{1}{2}}J_1^{-1})J_1R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \tag{21}$$

$$\left[\begin{array}{c|c} R_k^{\frac{1}{2}} & C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \\ \hline 0 & \rho^{-\frac{1}{2}}\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{array}\right]\Theta(k) = \left[\begin{array}{c|c} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \hline \rho^{-\frac{1}{2}}K_kR_{e,k}^{-\frac{1}{2}}J_1^{-1} & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{array}\right] \tag{22}$$

ただし、

$$R_k = R_k^{\frac{1}{2}}J_1R_k^{\frac{1}{2}},\ \ R_k^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} \rho^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & \rho^{\frac{1}{2}}\gamma_f \end{bmatrix},\ \ J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},\ \ \hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}$$

$$R_{e,k} = R_k + C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}C_k^T,\ \ C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix},\ \ R_{e,k} = R_{e,k}^{\frac{1}{2}}J_1R_{e,k}^{\frac{1}{2}},\ \ \hat{x}_{0|0} = \check{x}_0 \tag{23}$$

であり、$\Theta(k)$ はJ-ユニタリ行列、すなわち$\Theta(k)J\Theta(k)^T = J$を満たし、$J = (J_1 \oplus I)$、$I$は単位行列である。また、$K_k(:,1)$ は行列K_kの１列目の列ベクトルを表す。
ここで、
ｘ＾ｋ｜ｋ：観測信号ｙ０～ｙｋまでを用いた時刻ｋの状態ｘｋの推定値
ｙｋ：観測信号
Ｆｋ：システムのダイナミックス
Ｋｓ，ｋ：フィルタゲイン
Ｈｋ：観測行列
Σ＾ｋ｜ｋ：ｘ＾ｋ｜ｋの誤差の共分散行列に対応
Θ（ｋ）：Ｊ－ユニタリ行列
Ｒｅ，ｋ：補助変数
【請求項８】
前記変形Ｈ∞フィルタを実行するステップは、
処理部は、Ｋｋ、Σ＾ｋ＋１｜ｋを前記式（２２）を用いて計算するステップと、
処理部は、初期条件に基づき、フィルタゲインＫｓ，ｋを前記式（２１）を用いて計算するステップと、
処理部は、前記式（２０）のＨ∞フィルタのフィルタ方程式を更新するステップと、
処理部は、前記各ステップを、時刻ｋを進ませて繰り返し実行するステップと
を含む請求項７に記載のシステム推定方法。
【請求項９】
前記変形Ｈ∞フィルタを実行するステップは、
処理部は、フィルタゲインＫｓ，ｋを、ゲイン行列Ｋ－ｋを用いて、次式により求める請求項１に記載のシステム推定方法。

【数５】

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k} = \hat{\boldsymbol{x}}_{k-1|k-1} + \boldsymbol{K}_{s,k}(y_k - \boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1|k-1}) \tag{25}$$

$$\boldsymbol{K}_{s,k} = \rho^{\frac{1}{2}}\overline{\boldsymbol{K}}_k(:,1)/R_{e,k}(1,1) \tag{26}$$

$$\begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{K}}_{k+1} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \overline{\boldsymbol{K}}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{\boldsymbol{L}}_k\boldsymbol{R}_{r,k}^{-1}\tilde{\boldsymbol{L}}_k^T\check{\boldsymbol{C}}_{k+1}^T \tag{27}$$

$$\tilde{\boldsymbol{L}}_{k+1} = \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{\boldsymbol{L}}_k - \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \overline{\boldsymbol{K}}_k \end{bmatrix}\boldsymbol{R}_{e,k}^{-1}\check{\boldsymbol{C}}_{k+1}\tilde{\boldsymbol{L}}_k \tag{28}$$

$$\boldsymbol{R}_{e,k+1} = \boldsymbol{R}_{e,k} - \check{\boldsymbol{C}}_{k+1}\tilde{\boldsymbol{L}}_k\boldsymbol{R}_{r,k}^{-1}\tilde{\boldsymbol{L}}_k^T\check{\boldsymbol{C}}_{k+1}^T \tag{29}$$

$$\boldsymbol{R}_{r,k+1} = \boldsymbol{R}_{r,k} - \tilde{\boldsymbol{L}}_k^T\check{\boldsymbol{C}}_{k+1}^T\boldsymbol{R}_{e,k}^{-1}\check{\boldsymbol{C}}_{k+1}\tilde{\boldsymbol{L}}_k \tag{30}$$

ただし、

$$\check{\boldsymbol{C}}_{k+1} = \begin{bmatrix} \check{\boldsymbol{H}}_{k+1} \\ \check{\boldsymbol{H}}_{k+1} \end{bmatrix},\quad \check{\boldsymbol{H}}_{k+1} = [\boldsymbol{u}_{k+1}\ u(k+1-N)] = [u(k+1)\ \boldsymbol{u}_k],\quad \check{\boldsymbol{H}}_1 = [u(1), 0, \ldots, 0]$$

$$\boldsymbol{R}_{e,1} = \boldsymbol{R}_1 + \check{\boldsymbol{C}}_1\check{\boldsymbol{\Sigma}}_{1|0}\check{\boldsymbol{C}}_1^T,\quad \boldsymbol{R}_1 = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & -\rho\gamma_f^2 \end{bmatrix},\quad \check{\boldsymbol{\Sigma}}_{1|0} = \mathrm{diag}\{\rho^2, \rho^3, \ldots, \rho^{N+2}\},\quad \rho = 1 - \chi(\gamma_f)$$

$$\tilde{\boldsymbol{L}}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{(N+1)\times 2},\quad \boldsymbol{R}_{r,0} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \rho^{-N} \end{bmatrix},\quad \overline{\boldsymbol{K}}_0 = \boldsymbol{0},\quad \hat{\boldsymbol{x}}_{0|0} = \check{\boldsymbol{x}}_0 \tag{31}$$

ここで、

y_k：観測信号

F_k：システムのダイナミックス

H_k：観測行列

$\hat{x}_{k|k}$：観測信号y_0～y_kまでを用いた時刻ｋの状態x_kの推定値

$K_{s,k}$：フィルタゲイン；ゲイン行列$\overline{K}_k$から得られる。

$R_{e,k}$、$\tilde{L}_k$：補助変数

【請求項１０】

前記変形H∞フィルタを実行するステップは、

処理部は、予め定められた初期条件に基づき、$\overline{K}_{k+1}$を前記式（２７）を用いて再帰的に計算するステップと、

処理部は、システムゲイン$K_{s,k}$を前記式（２６）を用いて計算するステップと、

処理部は、存在条件を計算するステップと、

処理部は、前記存在条件を満たせば、前記式（２５）のH∞フィルタのフィルタ方程式を更新し、時刻ｋを進ませて繰り返し各前記ステップを繰り返し実行するステップと、

処理部は、前記存在条件を満たさなければ上限値γ_fを増加するステップと

を含む請求項９に記載のシステム推定方法。

【請求項１１】

さらに、次式により時刻ｋの状態推定値$\hat{x}_{k|k}$から出力信号の推定値$\check{z}_{k|k}$を求めるようにした請求項１に記載のシステム推定方法。

$\check{z}_{k|k} = H_k\hat{x}_{k|k}$

【請求項１２】

前記H∞フィルタ方程式を適用し、状態推定値$\hat{x}_{k|k}$を求め、

擬似エコーを次式のように推定し、

求められた擬似エコーで実際のエコーを打ち消すことによりエコーキャンセラを実現する請求項１に記載のシステム推定方法。

【数６】

$$\hat{d}_k = \sum_{i=0}^{N-1} \hat{h}_i[k] u_{k-i}, \quad k = 0, 1, 2, \cdots \quad (34)$$

【請求項１３】

次式で表される状態空間モデルに対して、

$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k$

$y_k = H_k x_k + v_k$

$z_k = H_k x_k$

ここで、

x_k：状態ベクトルまたは単に状態

w_k：システム雑音

v_k：観測雑音

y_k：観測信号

z_k：出力信号

F_k：システムのダイナミックス

G_k：駆動行列

評価基準として忘却係数ρで重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネルギーゲインを予め与えられた上限値γ_fに対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数ρの最適化を同時にコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラムであって、

処理部は、上限値γ_f、フィルタの入力である観測信号y_k、観測行列H_kを含む値を記憶部又は入力部から入力するステップと、

処理部は、前記上限値γ_fに従い、状態空間モデルに関連する忘却係数ρを決定するステップと、

処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列H_kを含む値を読み取り、前記忘却係数ρを用いて次式で表される変形H_∞フィルタを実行するステップと、

$\hat{x}_{k|k} = F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k} (y_k - H_k F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1})$

ここで、

$\hat{x}_{k|k}$：観測信号y_0～y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値

F_k：システムのダイナミックス

$K_{s,k}$：フィルタゲイン

処理部は、変形H_∞フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶するステップと、

処理部は、求められた観測行列H_i、又は、観測行列H_iとフィルタゲイン$K_{s,i}$により、前記上限値γ_f及び前記忘却係数ρに基づく存在条件を計算するステップと、

処理部は、上限値γ_fを小さくしていき前記変形H_∞フィルタを実行するステップを繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶するステップと、

をコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラム。

【請求項１４】

次式で表される状態空間モデルに対して、

$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k$

$y_k = H_k x_k + v_k$

$z_k = H_k x_k$

ここで、

x_k：状態ベクトルまたは単に状態

w_k：システム雑音

v_k：観測雑音

y_k：観測信号
z_k：出力信号
F_k：システムのダイナミックス
G_k：駆動行列
評価基準として忘却係数ρで重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネルギーゲインを予め与えられた上限値γ_fに対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数ρの最適化を同時にコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラムを記録したコンピュータ読み取り可能な記録媒体であって、

処理部は、上限値γ_f、フィルタの入力である観測信号y_k、観測行列H_kを含む値を記憶部又は入力部から入力するステップと、

処理部は、前記上限値γ_fに従い、状態空間モデルに関連する忘却係数ρを決定するステップと、

処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列H_kを含む値を読み取り、前記忘却係数ρを用いて次式で表される変形H∞フィルタを実行するステップと、

$$\hat{x}_{k|k}=F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}+K_{s,k}(y_k-H_kF_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1})$$

ここで、
$\hat{x}_{k|k}$：観測信号y_0～y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値
F_k：システムのダイナミックス
$K_{s,k}$：フィルタゲイン

処理部は、変形H∞フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶するステップと、

処理部は、求められた観測行列H_i、又は、観測行列H_iとフィルタゲイン$K_{s,i}$により、前記上限値γ_f及び前記忘却係数ρに基づく存在条件を計算するステップと、

処理部は、上限値γ_fを小さくしていき前記変形H∞フィルタを実行するステップを繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶するステップと、

をコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラムを記録したコンピュータ読み取り可能な記録媒体。

【請求項１５】

次式で表される状態空間モデルに対して、

$$x_{k+1}=F_kx_k+G_kw_k$$
$$y_k=H_kx_k+v_k$$
$$z_k=H_kx_k$$

ここで、
x_k：状態ベクトルまたは単に状態
w_k：システム雑音
v_k：観測雑音
y_k：観測信号
z_k：出力信号
F_k：システムのダイナミックス
G_k：駆動行列
評価基準として忘却係数ρで重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネルギーゲインを予め与えられた上限値γ_fに対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数ρの最適化を同時に行うためのシステム推定装置であって、

推定アルゴリズムを実行する処理部と、

前記処理部により読み取り及び／又は書き込みがなされ、状態空間モデルに関連する各観測値、設定値、推定値を記憶した記憶部と、

を備え、

前記処理部は、上限値γ_f、フィルタの入力である観測信号y_k、観測行列H_kを含む値を記憶部又は入力部から入力すること、

前記処理部は、前記上限値γ_fに従い、状態空間モデルに関連する忘却係数ρを決定すること、

前記処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列H_kを含む値を読み取り、前記忘却係数ρを用いて次式で表される変形H_∞フィルタを実行すること、

$$\hat{x}_{k|k} = F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1})$$

ここで、

$\hat{x}_{k|k}$：観測信号y_0～y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値

F_k：システムのダイナミックス

$K_{s,k}$：フィルタゲイン

前記処理部は、変形H_∞フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶すること、

前記処理部は、求められた観測行列H_i、又は、観測行列H_iとフィルタゲイン$K_{s,i}$により、前記上限値γ_f及び前記忘却係数ρに基づく存在条件を計算すること、

前記処理部は、上限値γ_fを小さくしていき前記変形H_∞フィルタを実行するステップを繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶すること

を備えた前記システム推定装置。

【書類名】明細書
【発明の名称】システム推定方法及びプログラム及び記録媒体、システム推定装置
【技術分野】
【０００１】
本発明は、システム推定方法及びプログラム及び記録媒体、システム推定装置に係り、特に、H∞評価基準に基づいて開発された変形H∞フィルタの高速H∞フィルタリングアルゴリズムを用いて、状態推定のロバスト化と忘却係数の最適化を同時に実現するシステム推定方法及びプログラム及び記録媒体、システム推定装置に関する。
【背景技術】
【０００２】
一般に、システム推定とは、入出力データに基づいてシステムの入出力関係の数理モデル(伝達関数、あるいはインパルス応答など)のパラメータを推定することである。代表的な応用例として、国際通信におけるエコーキャンセラ、データ通信における自動等化器、音響システムにおけるエコーキャンセラや音場再生および自動車などにおけるアクティブ騒音制御などがある。詳細は、非特許文献１．１９９３年電子情報通信学会「ディジタル信号処理ハンドブック」等参照。
【０００３】
（基本原理）
図８に、システム推定のための構成図の例を示す（未知システムはＩＩＲ（Infinite Impulse Response）フィルタで表現してもよい）。
このシステムは、未知システム１、適応フィルタ２を備える。また、適応フィルタ２は、ＦＩＲディジタルフィルタ３、適応アルゴリズム４を有する。
【０００４】
以下に、未知システム１を同定する出力誤差方式の一例を説明する。ここで、u_kは未知システム１の入力、d_kは所望信号であるシステムの出力、$d^{\wedge}_k$はフィルタの出力である。（なお、「＾」は、推定値の意味であり、文字の真上に付されるものであるが、入力の都合上文字の右上に記載する。以下同様。）
未知システムのパラメータとしては、一般にインパルス応答が用いられるので、適応フィルタは図の評価誤差$e_k = d_k - d^{\wedge}_k$を最小にするように適応アルゴリズムによってＦＩＲディジタルフィルタ３の係数を調節する。
【０００５】
また、従来、システムのパラメータ（状態）の推定には、誤差共分散行列の更新式（リカッチ方程式）に基づくカルマンフィルタが広く用いられて来た。詳細は、非特許文献２．Ｓ．Ｈａｙｋｉｎ：Ａｄａｐｔｉｖｅ　ｆｉｌｔｅｒ　ｔｈｅｏｒｙ，Ｐｒｅｎｔｉｃｅ－Ｈａｌｌ（１９９６）などに示されている。
【０００６】
以下にカルマンフィルタの基本原理について説明する。
次式のように、状態空間モデルで表された線形システム
$$x_{k+1} = \rho^{-1/2} x_k, \quad y_k = H_k x_k + v_k \qquad (1)$$
の状態x_kの最小分散推定値$x^{\wedge}_{k|k}$は、状態の誤差共分散行列$\Sigma^{\wedge}_{k|k-1}$を用いて次のように得られる。
【０００７】

【数７】

$$\begin{aligned}
\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k} &= \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} + \boldsymbol{K}_k(y_k - \boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}) \\
\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k} &= \rho^{-\frac{1}{2}}\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k} && (2) \\
\boldsymbol{K}_k &= \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k{}^T(\rho + \boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k{}^T)^{-1} && (3) \\
\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k} &= \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} - \boldsymbol{K}_k\boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \\
\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k+1|k} &= \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k}/\rho && (4)
\end{aligned}$$

ただし、

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{0|-1} = 0, \quad \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{0|-1} = \varepsilon_0\boldsymbol{I}, \ \varepsilon_0 > 0 \qquad (5)$$

【０００８】

x_k：状態ベクトルまたは単に状態；未知であり、これが推定の対象となる。
y_k：観測信号；フィルタの入力となり、既知である。
H_k：観測行列；既知である。
v_k：観測雑音；未知である。
ρ：忘却係数；一般に試行錯誤で決定される。
K_k：フィルタゲイン；行列$\hat{\Sigma}_{k|k-1}$から得られる。
$\hat{\Sigma}_{k|k}$：$\hat{x}_{k|k}$の誤差の共分散行列に対応；リカッチ方程式により得られる。
$\hat{\Sigma}_{k+1|k}$：$\hat{x}_{k+1|k}$の誤差の共分散行列に対応；リカッチ方程式により得られる。
$\hat{\Sigma}_{1|0}$：初期状態の共分散行列に対応；本来未知であるが、便宜上$\varepsilon_0 I$が用いられる。

【０００９】

また、本発明者は、既に高速H∞フィルタによるシステム同定アルゴリズムを提案した（特許文献１参照）。これは、システム同定のために新たにH∞評価基準を定め、これに基づく変形H∞フィルタの高速アルゴリズムを開発すると共に、この高速H∞フィルタリングアルゴリズムに基づく高速時変システム同定方法である。高速H∞フィルタリングアルゴリズムは、単位時間ステップ当たり計算量O（N）で急激に変化する時変システムの追跡が可能である。上限値の極限で高速カルマンフィルタリングアルゴリズムと完全に一致する。このようなシステム同定により時不変および時変システムの高速実時間同定および推定を実現することができる。

なお、システム推定の分野で通常知られる方法として、例えば、非特許文献２、３参照のこと。

【００１０】

(エコーキャンセラへの適用例)

国際電話など長距離電話回線では，信号増幅などの理由から４線式回線が用いられている。一方、加入者回線は比較的短距離なので、２線式回線が使用されている。

【００１１】

図９に通信系とエコーについての説明図を示す。２線式回線と４線式回線の接続部には図示のようにハイブリッドトランスが導入され、インピーダンス整合が行われている。このインピーダンス整合が完全であれば、話者Ｂからの信号(音声)は話者Ａのみに到達する。しかし、一般に整合を完全とするのはむずかしく、受信信号の一部は４線式回線に漏れ、増幅された後、再び受信者(話者Ａ)に戻ると云った現象が起こる。これがエコー（echo）である。エコーは、伝送距離が長くなるにつれて(遅延時間が長くなるにつれて)影響が大きくなり、著しく通話の品質を劣化させる(パルス伝送においては近距離であってもエコーによる通話品質の劣化は大きく影響する)。

【００１２】
図１０に、エコーキャンセラの原理図を示す。
そこで、図示のようにエコーキャンセラ(echo canceller) を導入し、直接観測可能な受信信号とエコーを用いてエコーパスのインパルス応答を逐次推定し、それを利用して得た疑似エコーを実際のエコーから差し引くことによってエコーを打ち消し、その除去を図っている。
【００１３】
エコーパスのインパルス応答の推定は、残留エコーe_kの平均２乗誤差が最小になるように行われる。このとき、エコーパスの推定を妨害する要素は、回線雑音と話者Ａからの信号(音声)である。一般に、話者２人が同時に話し始めた(ダブルトーク)ときはインパルス応答の推定を中断する。また、ハイブリッドトランスのインパルス応答長は50［ｍｓ］程度なので、サンプリング周期を125［μｓ］とするとエコーパスのインパルス応答の次数は実際は400程度となる。
【００１４】
【非特許文献１】１９９３年電子情報通信学会「ディジタル信号処理ハンドブック」
【非特許文献２】Ｓ．Ｈａｙｋｉｎ：Ａｄａｐｔｉｖｅ　ｆｉｌｔｅｒ　ｔｈｅｏｒｙ，Ｐｒｅｎｔｉｃｅ－Ｈａｌｌ（１９９６）
【非特許文献３】B.Hassibi, A. H. Sayed, and T. Kailath: "Indefinite-Quadratic Estimation andControl", SIAM (1996)
【特許文献１】特開２００２－１３５１７１号公報
【発明の開示】
【発明が解決しようとする課題】
【００１５】
しかしながら、式（１）～（５）のような従来の忘却係数ρを入れたカルマンフィルタでは、忘却係数ρの値は試行錯誤で決定しなければならず非常に手間が掛かった。さらに、決定された忘却ρ係数の値が果たして最適な値であるかどうか判定する手段も無かった。
【００１６】
また、カルマンフィルタで用いる誤差共分散行列は、本来、零でない任意のベクトルとの２次形式が常に正（以下、「正定」という。）であるがコンピュータにより単精度で計算した場合にはその２次形式が負（以下、「負定」という。）となり、数値的に不安定になることが知られている。また、計算量が$O(N^2)$（あるいは$O(N^3)$）であるため、状態ベクトルx_kの次元Ｎが大きい場合、１ステップ当たりの演算回数が急激に増大し、実時間処理には適さなかった。
【００１７】
本発明は、以上の点に鑑み、忘却係数を理論的に最適に決定できる推定方法を確立すると共に、その数値的に安定な推定アルゴリズムと高速アルゴリズムを開発することを目的とする。また、本発明は、通信システムや音響システムにおけるエコーキャンセラ、音場再生又は騒音制御などに適用することができるシステム推定方法を提供することを目的とする。
【課題を解決するための手段】
【００１８】
本発明は、上記課題を解決するために、新たに考案したH_∞最適化手法を用いて忘却係数が最適決定可能な状態推定アルゴリズムを導出する。さらに、常に正定であるべき誤差共分散行列の代わりに、その因数行列を更新することによって数値的に安定な推定アルゴリズムと高速アルゴリズムを開発する。
【００１９】
本発明の第1の解決手段によると、
次式で表される状態空間モデルに対して、
$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k$

$y_k = H_k x_k + v_k$
$z_k = H_k x_k$
ここで、
x_k ：状態ベクトルまたは単に状態
w_k ：システム雑音
v_k ：観測雑音
y_k ：観測信号
z_k ：出力信号
F_k ：システムのダイナミックス
G_k ：駆動行列
評価基準として忘却係数ρで重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネルギーゲインを予め与えられた上限値γ_fに対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数ρの最適化を同時に行うためのシステム推定方法及びプログラム及び該プログラムを記録したコンピュータ読み取り可能な記録媒体であって、
処理部は、上限値γ_f、フィルタの入力である観測信号y_k、観測行列H_kを含む値を記憶部又は入力部から入力するステップと、
処理部は、前記上限値γ_fに従い、状態空間モデルに関連する忘却係数ρを決定するステップと、
処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列H_kを含む値を読み取り、前記忘却係数ρを用いて次式で表される変形H_∞フィルタを実行するステップと、
$\hat{x}_{k|k} = F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1})$
ここで、
$\hat{x}_{k|k}$ ：観測信号y_0～y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値
F_k ：システムのダイナミックス
$K_{s,k}$ ：フィルタゲイン
処理部は、変形H_∞フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶するステップと、
処理部は、求められた観測行列H_i、又は、観測行列H_iとフィルタゲイン$K_{s,i}$により、前記上限値γ_f及び前記忘却係数ρに基づく存在条件を計算するステップと、
処理部は、上限値γ_fを小さくしていき前記変形H_∞フィルタを実行するステップを繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶するステップと、
を含む前記システム推定方法、各ステップをコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラム及び該プログラムを記録したコンピュータ読み取り可能な記録媒体が提供される。

【００２０】
また、本発明の第２の解決手段によると、
次式で表される状態空間モデルに対して、
$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k$
$y_k = H_k x_k + v_k$
$z_k = H_k x_k$
ここで、
x_k ：状態ベクトルまたは単に状態
w_k ：システム雑音
v_k ：観測雑音
y_k ：観測信号
z_k ：出力信号
F_k ：システムのダイナミックス
G_k ：駆動行列

評価基準として忘却係数ρで重み付けされた外乱からフィルタ誤差への最大エネルギーゲインを予め与えられた上限値γ_fに対応する項より小さく抑えるように定めた、推定アルゴリズムにおいて、状態推定のロバスト化と忘却係数ρの最適化を同時に行うためのシステム推定装置であって、
推定アルゴリズムを実行する処理部と、
前記処理部により読み取り及び／又は書き込みがなされ、状態空間モデルに関連する各観測値、設定値、推定値を記憶した記憶部と、
を備え、
前記処理部は、上限値γ_f、フィルタの入力である観測信号y_k、観測行列H_kを含む値を記憶部又は入力部から入力すること、
前記処理部は、前記上限値γ_fに従い、状態空間モデルに関連する忘却係数ρを決定すること、
前記処理部は、記憶部から初期値又はある時刻の観測行列H_kを含む値を読み取り、前記忘却係数ρを用いて次式で表される変形H∞フィルタを実行すること、

$$\hat{x}_{k|k}=F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}+K_{s,k}(y_k-H_kF_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1})$$

ここで、
$\hat{x}_{k|k}$：観測信号y_0～y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値
F_k：システムのダイナミックス
$K_{s,k}$：フィルタゲイン
前記処理部は、変形H∞フィルタに関する求められた値を記憶部に記憶すること、
前記処理部は、求められた観測行列H_i、又は、観測行列H_iとフィルタゲイン$K_{s,i}$により、前記上限値γ_f及び前記忘却係数ρに基づく存在条件を計算すること、
前記処理部は、上限値γ_fを小さくしていき前記変形H∞フィルタを実行するステップを繰り返すことで、各時刻で前記存在条件が満たされる範囲で上限値を小さく設定し、その値を記憶部に記憶すること
を備えた前記システム推定装置が提供される。

【発明の効果】

【００２１】

本発明の推定方法は忘却係数を最適に決定することが可能であり、かつアルゴリズムは単精度でも安定に動作可能であるため、低コストで高い性能が実現できる。一般に、通常の民間の通信機器などでは、コストと速度の面から単精度で計算が行われる場合が多い。このため、本発明は実用的な状態推定アルゴリズムとして様々な産業分野にその効果をもたらすであろう。

【発明を実施するための最良の形態】

【００２２】

以下に、本発明の実施の形態について説明する。

１．記号の説明

まず、本発明の実施の形態で用いる主な記号及びその既知又は未知について説明する。
x_k：状態ベクトルまたは単に状態；未知であり、これが推定の対象となる。
x_0：初期状態；未知である。
w_k：システム雑音；未知である。
v_k：観測雑音；未知である。
y_k：観測信号；フィルタの入力となり、既知である。
z_k：出力信号；未知である。
F_k：システムのダイナミックス；既知である。
G_k：駆動行列；実行時に既知となる。
H_k：観測行列；既知である。
$\hat{x}_{k|k}$：観測信号y_0～y_kまでを用いた時刻kの状態x_kの推定値；フィルタ方程式によって与えられる。

$\hat{x}_{k+1|k}$：観測記号y_0～y_kまで用いた時刻ｋ＋１の状態x_{k+1}の推定値；フィルタ方程式によって与えられる。
$\hat{x}_{0|0}$：状態の初期推定値；本来未知であるが、便宜上０が用いられる。
$\hat{\Sigma}_{k|k}$：$\hat{x}_{k|k}$の誤差の共分散行列に対応；リカッチ方程式によって与えられる。
$\hat{\Sigma}_{k+1|k}$：$\hat{x}_{k+1|k}$の誤差の共分散行列に対応；リカッチ方程式によって与えられる。
$\hat{\Sigma}_{1|0}$：初期状態の共分散行列に対応；本来未知であるが、便宜上$\epsilon_0 I$が用いられる。
$K_{s,k}$：フィルタゲイン；行列$\hat{\Sigma}_{k|k-1}$から得られる。
ρ：忘却係数；定理１～３の場合、γ_fが決まれば$\rho=1-\chi(\gamma_f)$より自動的に決定される。
$e_{f,i}$：フィルタ誤差
$R_{e,k}$：補助変数

【００２３】
なお、記号の上に付される”＾”、”ｖ”は、推定値の意味である。また、”～”、”－”、”Ｕ”等は、便宜上付加した記号である。これらの記号は、入力の都合上、文字の右上に記載するが、数式で示すように、文字の真上に記載されたものと同一である。また、ｘ、ｗ、Ｈ、Ｇ，Ｋ、Ｒ、Σ、等は行列であり、数式で示すように太文字で記されるものであるが、入力の都合上、普通の文字で記載する。

【００２４】
２．システム推定のハードウェア及びプログラム
本システム推定方法又はシステム推定装置・システムは、その各手順をコンピュータに実行させるためのシステム推定プログラム、システム推定プログラムを記録したコンピュータ読み取り可能な記録媒体、システム推定プログラムを含みコンピュータの内部メモリにロード可能なプログラム製品、そのプログラムを含むサーバ等のコンピュータ、等により提供されることができる。

【００２５】
図１は、本実施の形態に関するハードウェアの構成図である。
このハードウェアは、中央処理装置（ＣＰＵ）である処理部１０１、入力部１０２、出力部１０３、表示部１０４及び記憶部１０５を有する。また、処理部１０１、入力部１０２、出力部１０３、表示部１０４及び記憶部１０５は、スター又はバス等の適宜の接続手段で接続されている。記憶部１０５は、システム推定される「１．記号の説明」で示した既知のデータが必要に応じて記憶される。また、未知・既知のデータや計算された変形H∞フィルタ関するデータ・その他のデータが処理部１０１により、必要に応じて書込み及び／又は読み出しされる。

【００２６】
３．忘却係数が最適決定可能な変形H∞フィルタ
（定理１）
ここで、次式のような状態空間モデルを考える。

【００２７】
【数８】

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_{k+1} &= \boldsymbol{F}_k\boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{G}_k\boldsymbol{w}_k, \qquad \boldsymbol{w}_k, \boldsymbol{x}_k \in \mathcal{R}^N & (6)\\ y_k &= \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{x}_k + v_k, \qquad y_k, v_k \in \mathcal{R} & (7)\\ z_k &= \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{x}_k, \qquad z_k \in \mathcal{R},\ \boldsymbol{H}_k \in \mathcal{R}^{1\times N},\ k = 0,1,\ldots,L & (8) \end{aligned}$$

【００２８】
このような状態空間モデルに対して、次式のようなH∞評価基準を提案する。

【００２９】
【数９】

$$\sup_{x_0,\{w_i\},\{v_i\}} \frac{\sum_{i=0}^{k} \|e_{f,i}\|^2/\rho}{\|\boldsymbol{x}_0 - \check{\boldsymbol{x}}_{0|-1}\|^2_{\boldsymbol{\Sigma}_0^{-1}} + \sum_{i=0}^{k} \|\boldsymbol{w}_i\|^2 + \sum_{i=0}^{k} \|v_i\|^2/\rho} < \gamma_f^2 \qquad (9)$$

【００３０】
このＨ∞評価基準を満たす状態推定値ｘ＾ｋ｜ｋ（あるいは出力推定値ｚ∨ｋ｜ｋ）は、次のレベルγｆの変形Ｈ∞フィルタによって与えられる。

【００３１】
【数１０】

$$\check{z}_{k|k} = \boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k} \qquad (10)$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k} = \boldsymbol{F}_{k-1}\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1|k-1} + \boldsymbol{K}_{s,k}(y_k - \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{F}_{k-1}\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1|k-1}) \qquad (11)$$

$$\boldsymbol{K}_{s,k} = \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k^T \cdot (\boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k^T + \rho)^{-1} \qquad (12)$$

$$\left.\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k} &= \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} - \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1}\boldsymbol{C}_k^T \boldsymbol{R}_{e,k}^{-1}\boldsymbol{C}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \\ \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k+1|k} &= \left(\boldsymbol{F}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k}\boldsymbol{F}_k^T\right)/\rho \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

ここで、

$$e_{f,i} = \check{z}_{i|i} - \boldsymbol{H}_i \boldsymbol{x}_i, \quad \hat{\boldsymbol{x}}_{0|0} = \check{\boldsymbol{x}}_0, \quad \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{1|0} = \boldsymbol{\Sigma}_0$$

$$\boldsymbol{R}_{e,k} = \boldsymbol{R}_k + \boldsymbol{C}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1}\boldsymbol{C}_k^T, \quad \boldsymbol{R}_k = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & -\rho\gamma_f^2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{C}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_k \\ \boldsymbol{H}_k \end{bmatrix} \qquad (14)$$

$$0 < \rho = 1 - \chi(\gamma_f) \leq 1, \quad \gamma_f > 1 \qquad (15)$$

【００３２】
である。なお、式（１１）はフィルタ方程式、式（１２）はフィルタゲイン、式（１３）はリカッチ方程式をそれぞれ示す。
また、駆動行列Ｇｋは次のように生成される。

【００３３】
【数１１】

$$\boldsymbol{G}_k \boldsymbol{G}_k^T = \frac{\chi(\gamma_f)}{\rho}\boldsymbol{F}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k}\boldsymbol{F}_k^T \qquad (16)$$

【００３４】
また、上述の高速Ｈ∞フィルタの追従能力を向上するためには、上限値γｆは次の存在条件を満たすように出来るだけ小さく設定する。

【００３５】
【数１２】

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{i|i}^{-1} = \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{i|i-1}^{-1} + \frac{1-\gamma_f^{-2}}{\rho}\boldsymbol{H}_i^T \boldsymbol{H}_i > 0, \quad i = 0, \ldots, k \qquad (17)$$

【００３６】
ただし、χ（γｆ）は、χ（１）＝１、χ（∞）＝０を満たすγｆの単調減衰関数である。
定理１の特徴は状態推定のロバスト化と忘却係数ρの最適化を同時に行っている点にあ

る。

【００３７】

図２に、H_∞フィルタのロバスト化と忘却係数ρの最適化についてのフローチャートを示す。ここで、
ブロック「ＥＸＣ＞０」：H_∞フィルタの存在条件、
$\Delta\gamma$：正の実数、である。

【００３８】

まず、処理部１０１は、記憶部１０５又は入力部１０２から上限値γ_fを読み出し又は入力する（Ｓ１０１）。この例では、$\gamma_f >> 1$　が与えられる。処理部１０１は、式（１５）によって忘却係数ρを決定する（Ｓ１０３）。その後、処理部１０１は、忘却係数ρに基づき、式（１０）～式（１３）の変形H_∞フィルタを実行する（Ｓ１０５）。処理部１０１は、式（１７）（あるいは、後述の式（１８））の存在条件を計算し（Ｓ１０７）、その存在条件がすべての時刻で満たされれば（Ｓ１０９）、γ_fを$\Delta\gamma$だけ小さくして同じ処理を繰り返す（Ｓ１１１）。一方、あるγ_fで存在条件を満たさなくなったとき（Ｓ１０９）、そのγ_fに$\Delta\gamma$を加えたものをγ_fの最適値γ_f^{op}として出力部１０３に出力及び／又は記憶部１０５に記憶する（Ｓ１１３）。なお、この例では、$\Delta\gamma$を加えているが、それ以外の予め設定された値を加えてもよい。この最適化のプロセスをγ－イタレーションと呼ぶ。なお、処理部１０１は、H_∞フィルタ計算ステップＳ１０５及び存在条件の計算ステップＳ１０７等の各ステップで求めた適宜の中間値及び最終値を必要に応じて適宜記憶部１０５に記憶し、また、記憶部１０５から読み出すようにしてもよい。

【００３９】

変形H_∞フィルタが存在条件を満たすとき、式（９）の不等式は常に満たされる。よって、式（９）の分母の外乱エネルギーが限定される場合、式（９）の分子の２乗推定誤差の総和は有界となり、ある時刻以降の推定誤差が０になる。これは、γ_fをより小さく出来れば、状態x_kの変化に推定値$\hat{x}_{k|k}$が速やかに追従できることを意味する。

【００４０】

ここで、定理１の変形H_∞フィルタのアルゴリズムは通常のH_∞フィルタのものとは異なることに注意されたい。また、$\gamma_f \to \infty$のとき、$\rho = 1$、$G_k = 0$となり、定理１のH_∞フィルタのアルゴリズムはカルマンフィルタのアルゴリズムと一致する。

【００４１】

図３に、図２中のH_∞フィルタ（Ｓ１０５）のアルゴリズムについてのフローチャートを示す。

H_∞フィルタリングアルゴリズムは以下のように要約することができる。

［ステップＳ２０１］　処理部１０１は、記憶部１０５から再帰式の初期条件を読み出し、又は、初期条件を入力部１０２から入力し、図示のように定める。なお、Ｌは最大データ数を示す。

［ステップＳ２０３］　処理部１０１は、時刻ｋと最大データ数Ｌとを比較する。処理部１０１は、時刻ｋが最大データ数より大きければ処理を終了し、以下であれば次のステップに進む。（不要であれば条件文を取り除くことができる。）

［ステップＳ２０５］　処理部１０１は、フィルタゲイン$K_{s,k}$を式（１２）を用いて計算する。

［ステップＳ２０７］　処理部１０１は、式（１１）の変形H_∞フィルタのフィルタ方程式を更新する。

［ステップＳ２０９］　処理部１０１は、誤差の共分散行列に対応する項$\hat{\Sigma}_{k|k}$、$\hat{\Sigma}_{k+1|k}$を式（１３）のリカッチ方程式を用いて計算する。

［ステップＳ２１１］　時刻ｋを進ませて（ｋ＝ｋ＋１）、ステップＳ２０３に戻り、データがある限り続ける。

【００４２】

なお、処理部１０１は、H_∞フィルタ計算ステップＳ２０５～Ｓ２０９等の各ステップで求めた適宜の中間値及び最終値、存在条件の値等を必要に応じて適宜記憶部１０５に記

憶し、また、記憶部１０５から読み出すようにしてもよい。

【００４３】

（スカラー存在条件）

ところで、式（１７）の存在条件の判定にはＯ（Ｎ２）の計算量が必要であった。しかし、次の条件を用いれば計算量Ｏ（Ｎ）で定理１のＨ∞フィルタの存在性、すなわち式（９）を検証することができる。

【００４４】

系１：スカラー存在条件

次の存在条件を用いれば計算量Ｏ（Ｎ）で変形Ｈ∞フィルタの存在性が判定できる。

【００４５】

【数１３】

$$-\varrho\hat{\Xi}_i \ + \ \rho\gamma_f^2 > 0, \quad i = 0, \cdots, k \qquad (18)$$

ここで、

$$\varrho \ = \ 1-\gamma_f^2, \quad \hat{\Xi}_i = \frac{\rho \boldsymbol{H}_i \boldsymbol{K}_{s,i}}{1-\boldsymbol{H}_i \boldsymbol{K}_{s,i}}, \quad \rho = 1-\chi(\gamma_f) \qquad (19)$$

【００４６】

ただし、$K_{s,i}$は式（１２）で求めたフィルタゲインである。

（証明）

以下に系１の証明を説明する。

２×２の行列$R_{e,k}$の特性方程式

【００４７】

【数１４】

$$\begin{aligned} |\lambda \boldsymbol{I} - \boldsymbol{R}_{e,k}| \ &= \ \begin{vmatrix} \lambda - (\rho + \boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T) & -\boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T \\ -\boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T & \lambda - (-\rho\gamma_f^2 + \boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T) \end{vmatrix} \\ &= \ \lambda^2 - (2\boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T + \rho\varrho)\lambda - \rho^2\gamma_f^2 + \rho\varrho \boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T = 0 \end{aligned}$$

【００４８】

を解けば、$R_{e,k}$の固有値λ_iが次のように得られる。

【００４９】

【数１５】

$$\lambda_i = \frac{\boldsymbol{\Phi} \pm \sqrt{\boldsymbol{\Phi}^2 - 4\rho\varrho \boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T + 4\rho^2\gamma_f^2}}{2}$$

ただし、$\boldsymbol{\Phi} = 2\boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T + \rho\varrho, \ \varrho = 1-\gamma_f^2$である。

もし、

$$-4\rho\varrho \boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^T + 4\rho^2\gamma_f^2 > 0$$

【００５０】

であれば、行列$R_{e,k}$の２つの固有値の１つは正となり、もう１つは負となり、行列R_kと$R_{e,k}$は同じイナーシャをもつ。これより、

【００５１】

【数１６】

$$H_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}H_k^T=\frac{H_k\tilde{K}_k}{1-\frac{1-\gamma_f^{-2}}{\rho}H_k\tilde{K}_k},\quad H_k\tilde{K}_k=\frac{\rho H_kK_{s,k}}{1-\gamma_f^{-2}H_kK_{s,k}}$$

【００５２】
を用いれば、式（１８）の存在条件が得られる。ここで、$H_kK_{s,k}$の計算量はＯ（Ｎ）である。

【００５３】
４．数値的に安定な状態推定アルゴリズム
上述の変形Ｈ∞フィルタは、$\hat{\Sigma}_{k|k-1}\in R^{N\times N}$を更新するため、単位時間ステップ当たりの計算量はＯ（N^2）となる、すなわち、N^2に比例する算術演算が必要となる。ここで、Ｎは状態ベクトルx_kの次元である。よって、x_kの次元が増加するにつれて本フィルタの実行に要する計算時間は急速に増大する。また、誤差共分散行列$\hat{\Sigma}_{k|k-1}$は、その性質から常に正定でなければならないが、数値的には負定になる場合がある。特に、単精度で計算した場合はこの傾向は顕著となる。このとき、フィルタは不安定となることが知られている。よって、アルゴリズムの実用化および低コスト化のためには、単精度（例：３２ｂｉｔ）でも動作可能な状態推定アルゴリズムの開発が望まれる。

【００５４】
そこで、次に、
$R_k=R^{1/2}_kJ_1R^{1/2}_k$、
$R_{e,k}=R^{1/2}_{e,k}J_1R^{1/2}_{e,k}$、
$\hat{\Sigma}_{k|k-1}=\hat{\Sigma}^{1/2}_{k|k-1}\hat{\Sigma}^{1/2}_{k|k-1}$
に着目して、数値的に安定化した定理１のＨ∞フィルタ（平方根アレイアルゴリズム）を定理２に示す。ただし、ここでは簡単のため$F_k=I$としたが、$F_k\neq I$の場合も同様に求めることができる。以下に、数値的に安定な状態推定アルゴリズムを実現するための、変形Ｈ∞フィルタを示す。

【００５５】
（定理２）
【数１７】

$$\hat{x}_{k|k}=\hat{x}_{k-1|k-1}+K_{s,k}(y_k-H_k\hat{x}_{k-1|k-1})\tag{20}$$

$$K_{s,k}=K_k(:,1)/R_{e,k}(1,1)\ ,\ K_k=\rho^{\frac{1}{2}}(\rho^{-\frac{1}{2}}K_kR_{e,k}^{-\frac{1}{2}}J_1^{-1})J_1R_{e,k}^{\frac{1}{2}}\tag{21}$$

$$\left[\begin{array}{c|c}R_k^{\frac{1}{2}} & C_k\hat{\Sigma}^{\frac{1}{2}}_{k|k-1}\\ \hline 0 & \rho^{-\frac{1}{2}}\hat{\Sigma}^{\frac{1}{2}}_{k|k-1}\end{array}\right]\Theta(k)=\left[\begin{array}{c|c}R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & 0\\ \hline \rho^{-\frac{1}{2}}K_kR_{e,k}^{-\frac{1}{2}}J_1^{-1} & \hat{\Sigma}^{\frac{1}{2}}_{k+1|k}\end{array}\right]\tag{22}$$

ただし、

$$R_k=R_k^{\frac{1}{2}}J_1R_k^{\frac{1}{2}},\ R_k^{\frac{1}{2}}=\begin{bmatrix}\rho^{\frac{1}{2}} & 0\\ 0 & \rho^{\frac{1}{2}}\gamma_f\end{bmatrix},\ J_1=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix},\ \hat{\Sigma}_{k|k-1}=\hat{\Sigma}^{\frac{1}{2}}_{k|k-1}\hat{\Sigma}^{\frac{1}{2}}_{k|k-1}$$

$$R_{e,k}=R_k+C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}C_k^T,\ C_k=\begin{bmatrix}H_k\\ H_k\end{bmatrix},\ R_{e,k}=R_{e,k}^{\frac{1}{2}}J_1R_{e,k}^{\frac{1}{2}},\ \hat{x}_{0|0}=\check{x}_0\tag{23}$$

であり、$\Theta(k)$はJ-ユニタリ行列、すなわち$\Theta(k)J\Theta(k)^T=J$を満たし、$J=(J_1\oplus I)$、Iは単位行列である。また、$K_k(:,1)$は行列K_kの１列目の列ベクトルを表す。

【００５６】
図４に、定理２の平方根アレイアルゴリズムの説明図を示す。この計算アルゴリズムは

、図２に示した定理１のフローチャート中のH∞ フィルタの計算（Ｓ１０５）で用いることができる。

本推定アルゴリズムは、$\hat{\Sigma}_{k|k-1}$をリカッチ型の更新式で求める代わりに、その因数行列$\hat{\Sigma}^{1/2}_{k|k-1} \in R^{N \times N}$（$\hat{\Sigma}_{k|k-1}$の平方根行列）をＪ－ユニタリ変換に基づく更新式で求めている。このとき生じる１－１ブロック行列と２－１ブロック行列からフィルタゲイン$K_{s,k}$を図示のように求めている。このため、$\hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}^{1/2}_{k|k-1} \hat{\Sigma}^{1/2}_{k|k-1} > 0$となり、$\hat{\Sigma}_{k|k-1}$の正定性は保証され、数値的に安定化できる。なお、定理２のH∞ フィルタの単位ステップ当たりの計算量は$O(N^2)$のままである。

【００５７】

まず、処理部１０１は、式（２２）の左辺の行列式の各要素に含まれる項を記憶部１０５から読み出し又は内部メモリ等から得て、Ｊ－ユニタリ変換を実行する（Ｓ３０１）。処理部１０１は、求めた式（２２）の右辺の行列式の要素からシステムゲインK_k、$K_{s,k}$を式（２１）に基づき計算する（Ｓ３０３、Ｓ３０５）。処理部１０１は、式（２０）に基づき状態推定値$\hat{x}_{k|k}$を計算する（Ｓ３０７）。

【００５８】

５．状態推定のための数値的に安定な高速アルゴリズム

上述のように、定理２のH∞ フィルタの単位ステップ当たりの計算量は$O(N^2)$のままである。そこで、計算量の対策として、$\underline{H}_k = \underline{H}_{k+1}\Psi$, $\underline{H}_k = [u(k), \cdots, u(0), 0, \cdots, 0]$のとき、$\underline{x}_k = [x^T_k, 0^T]^T$の１ステップ予測誤差の共分散行列$\underline{\Sigma}_{k+1|k}$が

【００５９】

【数１８】

$$\underline{\Sigma}_{k+1|k} - \Psi \underline{\Sigma}_{k|k-1} \Psi^T = -\underline{L}_k R^{-1}_{r,k} \underline{L}^T_k, \quad \underline{L}_k = \begin{bmatrix} \tilde{L}_k \\ 0 \end{bmatrix} \tag{24}$$

【００６０】

を満たすことを利用して、$\underline{\Sigma}_{k+1|k}$の代わりに次元の低い$\underline{L}_k$（すなわち$\tilde{L}_k$）を更新することを考える。これによって、定理１のH∞ フィルタを

【００６１】

【数１９】

$$J_k = (R^{-1}_{e,k} \oplus -R^{-1}_{r,k})$$

【００６２】

を用いて数値的に安定化し、次の定理３に示すように、さらに高速化した状態推定アルゴリズムが得られる。ただし、Ψはシフト行列を表す。

【００６３】

（定理３）

【数２０】

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k\hat{x}_{k-1|k-1}) \tag{25}$$

$$K_{s,k} = \rho^{\frac{1}{2}}\overline{K}_k(:,1)/R_{e,k}(1,1) \tag{26}$$

$$\begin{bmatrix} \overline{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T \tag{27}$$

$$\tilde{L}_{k+1} = \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k - \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1}\check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \tag{28}$$

$$R_{e,k+1} = R_{e,k} - \check{C}_{k+1}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T \tag{29}$$

$$R_{r,k+1} = R_{r,k} - \tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T R_{e,k}^{-1}\check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \tag{30}$$

ただし、

$$\check{C}_{k+1} = \begin{bmatrix} \check{H}_{k+1} \\ \check{H}_{k+1} \end{bmatrix},\quad \check{H}_{k+1} = [u_{k+1}\ u(k+1-N)] = [u(k+1)\ u_k],\quad \check{H}_1 = [u(1), 0, \ldots, 0]$$

$$R_{e,1} = R_1 + \check{C}_1\check{\Sigma}_{1|0}\check{C}_1^T,\quad R_1 = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & -\rho\gamma_f^2 \end{bmatrix},\quad \check{\Sigma}_{1|0} = \mathrm{diag}\{\rho^2, \rho^3, \ldots, \rho^{N+2}\},\quad \rho = 1 - \chi(\gamma_f)$$

$$\tilde{L}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{(N+1)\times 2},\quad R_{r,0} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \rho^{-N} \end{bmatrix},\quad \overline{K}_0 = 0,\quad \hat{x}_{0|0} = \check{x}_0 \tag{31}$$

【００６４】
であり、ｄｉａｇ{・}は対角行列、Ｒ$_{e, k+1}$（１，１）は行列Ｒ$_{e, k+1}$の１－１成分をそれぞれ表す。
本高速アルゴリズムは、次の因数分解
【００６５】
【数２１】

$$\underline{\Sigma}_{k+1|k} - \Psi\underline{\Sigma}_{k|k-1}\Psi^T = -\underline{L}_k R_{r,k}^{-1}\underline{L}_k^T \tag{32}$$

【００６６】
におけるＬ$^{\sim}{}_k$∈Ｒ$^{(N+1)\times 2}$の更新によってフィルタゲインＫ$_{s, k}$を求めているので、単位ステップ当たりの計算量はＯ（Ｎ＋１）で済む。ここで、次式に注意されたい。
【００６７】
【数２２】

$$\begin{bmatrix} \overline{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} = \rho^{-\frac{1}{2}}\left(\underline{\Sigma}_{k+1|k}\check{C}_{k+1}^T - \Psi\underline{\Sigma}_{k|k-1}\check{C}_k^T\right)$$

【００６８】
図５に、定理３の数値的に安定な高速アルゴリズムのフローチャートを示す。この高速アルゴリズムは図２のＨ∞フィルタの計算ステップ（Ｓ１０５）に組み込まれ、γ－イタレーションによって最適化される。よって、存在条件が満たされる間はγ$_f$は除々に減少されるが、満たされなくなった時点で、図示のようにγ$_f$は増加される。
【００６９】
Ｈ∞フィルタリングアルゴリズムは以下のように要約することができる。
［ステップＳ３０１］　処理部１０１は、再帰式の初期条件を図示のように定める。なお、Ｌは最大データ数を示す。

［ステップＳ３０３］　処理部１０１は、時刻ｋと最大データ数Ｌとを比較する。処理部１０１は、時刻ｋが最大データ数より大きければ処理を終了し、以下であれば次のステップに進む。（不要であれば条件文を取り除くことができる。）
［ステップＳ３０５］　処理部１０１は、フィルタゲインに対応する項K^{-}_{k+1}を式（２７）を用いて再帰的に計算する。
［ステップＳ３０７］　処理部１０１は、さらに$K_{s,k}$を式（２６）を用いて計算する。
［ステップＳ３０９］　処理部１０１は、ここで、存在条件ＥＸＣ＞０を判定し、存在条件を満たせばステップＳ３１１に進む。
［ステップＳ３１３］一方、処理部１０１は、ステップＳ３０９で存在条件を満たさなければγ_fを増加する。
［ステップＳ３１１］　処理部１０１は、式（２５）のH_∞フィルタのフィルタ方程式を更新する。
［ステップＳ３１５］　処理部１０１は、$R_{e,k+1}$、$R_{r,k+1}$を式（２９）（３０）を用いて再帰的に計算する。
［ステップＳ３１７］　処理部１０１は、$L^{\sim}_{k+1}$を式（２８）を用いて再帰的に計算する。
［ステップＳ３１９］　処理部１０１は、時刻ｋを進ませて（ｋ＝ｋ＋１）、ステップＳ３０３に戻り、データがある限り続ける。

【００７０】

なお、処理部１０１は、H_∞フィルタ計算ステップＳ３０５～Ｓ３１７及び存在条件の計算ステップＳ３０９等の各ステップで求めた適宜の中間値及び最終値を必要に応じて適宜記憶部１０５に記憶し、また、記憶部１０５から読み出すようにしてもよい。

【００７１】

６．エコーキャンセラ

つぎに、エコーキャンセリング問題の数理モデルを作成する。

まず、受信信号$\{u_k\}$がエコーパスへの入力信号となることを考慮すれば、エコーパスの(時変)インパルス応答$\{h_i[k]\}$により、エコー$\{d_k\}$の観測値$\{y_k\}$は次式で表される。

【００７２】

【数２３】

$$y_k = d_k + v_k = \sum_{i=0}^{N-1} h_i[k]u_{k-i} + v_k, \quad k = 0,1,2,\cdots \tag{33}$$

【００７３】

ここで、u_k，y_kはそれぞれ時刻t_k（＝ｋＴ；Ｔは標本化周期)における受信信号とエコーを表し、v_kは時刻t_kにおける平均値０の回線雑音とし、$h_i[k]$，$i=0,\cdots,N-1$　は、時変インパルス応答であり、そのタップ数Ｎは既知とする。このとき、インパルス応答の推定値$\{\hat{h}_i[k]\}$が時々刻々得られれば、それを用いて次のように疑似エコーが生成される。

【００７４】

【数２４】

$$\hat{d}_k = \sum_{i=0}^{N-1} \hat{h}_i[k]u_{k-i}, \quad k = 0,1,2,\cdots \tag{34}$$

【００７５】

これをエコーから差し引けば（$y_k - \hat{d}_k \fallingdotseq 0$）、エコーをキャンセルすることができる。ただし、$k-i<0$のとき$u_{k-i}=0$とする。

以上より、問題は直接観測可能な受信信号$\{u_k\}$とエコー$\{y_k\}$からエコーパスのイン

パルス応答$\{h_i[k]\}$を逐次推定する問題に帰着できる。

【００７６】

一般に、エコーキャンセラにH_∞フィルタを適用するには、まず式（３２）を状態方程式と観測方程式からなる状態空間モデルで表現しなければならない。そこで、問題がインパルス応答$\{h_i[k]\}$を推定することであるから、$\{h_i[k]\}$を状態変数x_kとし、w_k程度の変動を許容すれば、エコーパスに対して次の状態空間モデルを立てることができる。

【００７７】

【数２５】

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_{k+1} &= \boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{G}_k \boldsymbol{w}_k, & \boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{w}_k \in \mathcal{R}^N & \quad (35)\\
y_k &= \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{x}_k + v_k, & y_k, v_k \in \mathcal{R} & \quad (36)\\
z_k &= \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{x}_k, & z_k \in \mathcal{R},\ \boldsymbol{H}_k \in \mathcal{R}^{1\times N} & \quad (37)
\end{aligned}
$$

ただし、

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_k &= [h_0[k], \cdots, h_{N-1}[k]]^T, \quad \boldsymbol{w}_k = [w_k(1), \cdots, w_k(N)]^T\\
\boldsymbol{H}_k &= [u_k, \cdots, u_{k-N+1}]
\end{aligned}
$$

【００７８】

このような状態空間モデルに対する変形および高速H_∞フィルタリングアルゴリズムは先に述べて通りである。また、インパルス応答の推定の際、送信信号の発生を検知するとその間推定を中止するのが一般的である。

【００７９】

７．インパルス応答に対する評価

（動作の確認）

エコーパスのインパルス応答が時間的に不変であり（$h_i[k]=h_i$）、かつそのタップ数Ｎが４８である場合について、シミュレーションを用いて、本高速アルゴリズムの動作を確認する。

【００８０】

【数２６】

$$
y_k = \sum_{i=0}^{47} h_i u_{k-i} + v_k \qquad (38)
$$

【００８１】

なお、図６は、ここでのインパルス応答$\{h_i\}$の値を示す図である。

ここで、インパルス応答$\{h_i\}_{i=0}^{23}$は、図示の値を採用し、その他$\{h_i\}_{i=24}^{47}$は０とする。また、υ_kは平均値０、分散$\sigma_v^2=1.0\times10^{-6}$の定常なガウス白色雑音とし、標本化周期Ｔを便宜上1.0とする。

【００８２】

また、受信信号$\{u_k\}$は次のように２次のＡＲモデルで近似する。

$u_k=\alpha_1 u_{k-1}+\alpha_2 u_{k-2}+w_k'$　　　（３９）

ただし、$\alpha_1=0.7$，$\alpha_2=0.1$とし、w_k'は平均値０、分散$\sigma_{w'}^2=0.04$の定常なガウス白色雑音とする。

【００８３】

（インパルス応答の推定結果）

図７に、定理３の数値的に安定な高速アルゴリズムによるインパルス応答の推定結果を示す。ここで、図７（ｂ）の縦軸は、

$\sqrt{\ }\{\Sigma_{i=0}^{47}(h_i - \hat{x}_k(i+1))^2\}$
を表す。

これより、本高速アルゴリズムによって良好に推定出来ていることがわかる。ただし、$\rho = 1 - \chi(\gamma_f)$、$\chi(\gamma_f) = \gamma_f^{-2}$、$\hat{x}_{0|0} = 0$、$\hat{\Sigma}_{1|0} = 20I$とし、計算は倍精度で行った。また、存在条件を確認しつつ、$\gamma_f = 5.5$　と設定とした。

【００８４】

８．　定理の証明

８－１．　定理２の証明

次の関係式

【００８５】

【数２７】

$$\begin{bmatrix} R_k^{\frac{1}{2}} & C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \\ 0 & \rho^{-\frac{1}{2}}\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} J \begin{bmatrix} R_k^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}C_k^T & \rho^{-\frac{1}{2}}\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \rho^{-\frac{1}{2}}K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}}J_1^{-1} & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} J \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & \rho^{-\frac{1}{2}}J_1^{-1}R_{e,k}^{-\frac{1}{2}}K_k^T \\ 0 & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \qquad (40)$$

【００８６】

が成り立つとき、両辺の２×２ブロック行列の各項を比較すれば次式が得られる。

【００８７】

【数２８】

$$R_{e,k} = R_k + C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}C_k^T \qquad (41)$$
$$K_k = \hat{\Sigma}_{k|k-1}C_k^T \qquad (42)$$
$$\hat{\Sigma}_{k+1|k} + \rho^{-1}K_k R_{e,k}^{-1}K_k^T = \rho^{-1}\hat{\Sigma}_{k|k-1} \qquad (43)$$

【００８８】

これは定理１の$F_k = I$のときの式（１３）のリカッチ方程式と一致する。ただし、

【００８９】

【数２９】

$$J = (J_1 \oplus I),\quad J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},\quad C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix} \qquad (44)$$

【００９０】

一方、$AJA^T = BJB^T$が成り立つとき、ＢはJ－ユニタリ行列$\Theta(k)$を用いて$B = A\Theta(k)$と表すことができる。よって、式（４０）より定理１のリカッチ方程式は次式と等価である。

【００９１】

【数３０】

$$\begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \rho^{-\frac{1}{2}}K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}}J_1^{-1} & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_k^{\frac{1}{2}} & C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \\ 0 & \rho^{-\frac{1}{2}}\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}\Theta(k) \qquad (45)$$

【００９２】

８－２．　定理３の証明

観測行列H_kがシフト特性をもち、かつ

【００９３】
【数３１】

$$J_k = (R_{e,k}^{-1} \oplus -R_{r,k}^{-1})$$

【００９４】
のとき、定理２と同様な方法によって次の関係式が得られる。
【００９５】
【数３２】

$$\begin{bmatrix} R_{e,k+1} & 0 \\ \begin{bmatrix} \overline{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} & \tilde{L}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{e,k} & \check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} & \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k \end{bmatrix} \Theta(k) \tag{46}$$

いま、

$$\Theta(k) = \begin{bmatrix} I & -R_{e,k}^{-1}\check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \\ -R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T & I \end{bmatrix} \tag{47}$$

とし、$\Theta(k)^T(R_{e,k}^{-1} \oplus -R_{r,k}^{-1})\Theta(k) = (R_{e,k+1}^{-1} \oplus -R_{r,k+1}^{-1})$

【００９６】
となるようにＲｒ，ｋ＋１を決定し、式（４６）の３行目にＲｒ，ｋ＋１の更新式を新たに追加すれば、最終的に次式が得られる。
【００９７】
【数３３】

$$\begin{bmatrix} R_{e,k+1} & 0 \\ \begin{bmatrix} \overline{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} & \tilde{L}_{k+1} \\ 0 & R_{r,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{e,k} & \check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} & \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k \\ \tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T & R_{r,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & -R_{e,k}^{-1}\check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \\ -R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T & I \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} R_{e,k} - \check{C}_{k+1}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T & 0 \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T & \rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k - \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1}\check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \\ 0 & R_{r,k} - \tilde{L}_k^T\check{C}_{k+1}^T R_{e,k}^{-1}\check{C}_{k+1}\tilde{L}_k \end{bmatrix} \tag{48}$$

【００９８】
この両辺の３×２ブロック行列の各項の対応から次のゲイン行列K￣ｋの更新式が得られる。
【００９９】

【数３４】

$$\begin{bmatrix} \overline{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T \tag{49}$$

$$\tilde{L}_{k+1} = \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k - \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \tag{50}$$

$$R_{e,k+1} = R_{e,k} - \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T \tag{51}$$

$$R_{r,k+1} = R_{r,k} - \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \tag{52}$$

【産業上の利用可能性】

【０１００】

一般に、通常の民間の通信機器などでは、コストと速度の面から単精度で計算が行われる場合が多い。このため、本発明は実用的な状態推定アルゴリズムとして様々な産業分野にその効果をもたらすであろう。また、本発明は、通信システムや音響システムにおけるエコーキャンセラ、音場再生又は騒音制御などに適用することができる。

【図面の簡単な説明】

【０１０１】

【図１】本実施の形態に関するハードウェアの構成図。

【図２】H∞ フィルタのロバスト化と忘却係数 ρ の最適化についてのフローチャート。

【図３】図２中のH∞ フィルタ（Ｓ１０５）のアルゴリズムについてのフローチャート。

【図４】定理２の平方根アレイアルゴリズムの説明図。

【図５】定理３の数値的に安定な高速アルゴリズムのフローチャート。

【図６】インパルス応答 $\{h_i\}_{i=0}^{23}$ の値を示す図。

【図７】定理３の数値的に安定な高速アルゴリズムによるインパルス応答の推定結果。

【図８】システム推定のための構成図。

【図９】通信系とエコーについての説明図。

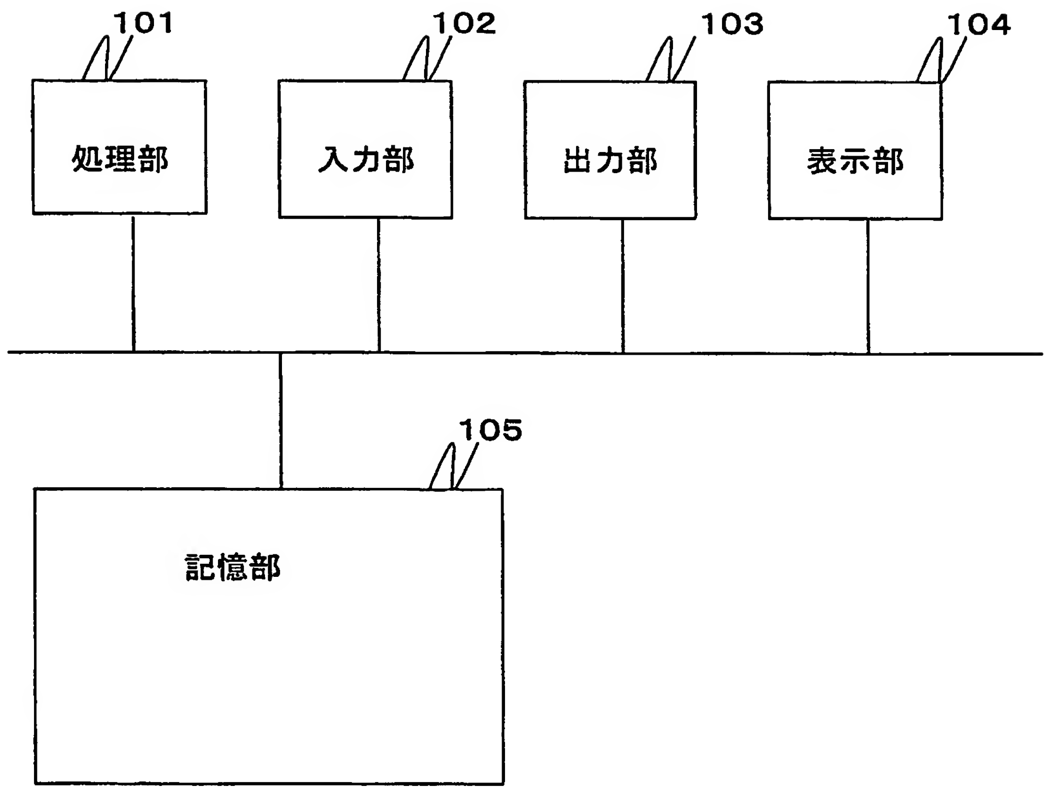
【図１０】エコーキャンセラの原理図。

【符号の説明】

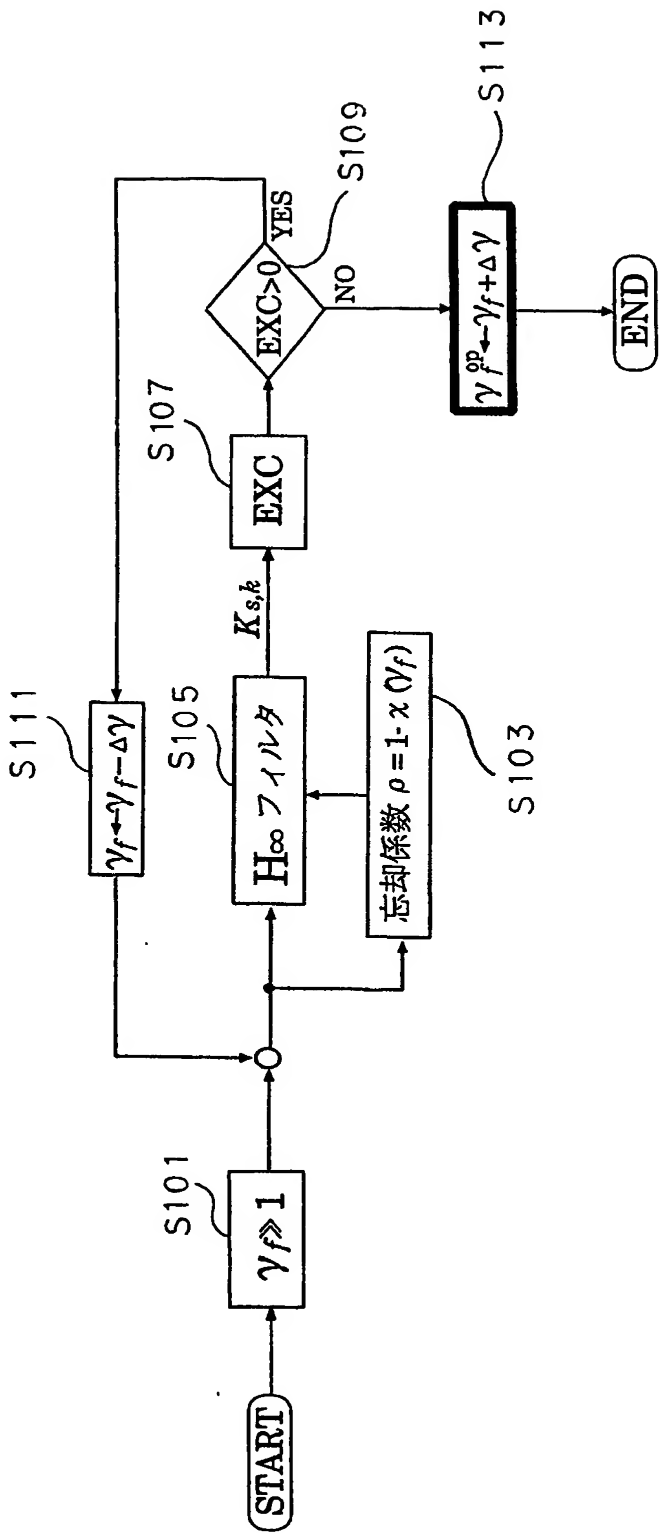
【０１０２】

1　未知システム
2　適応フィルタ
3　ＦＩＲディジタルフィルタ
4　適応アルゴリズム
１０１　処理部
１０２　入力部
１０３　出力部
１０４　表示部
１０５　記憶部

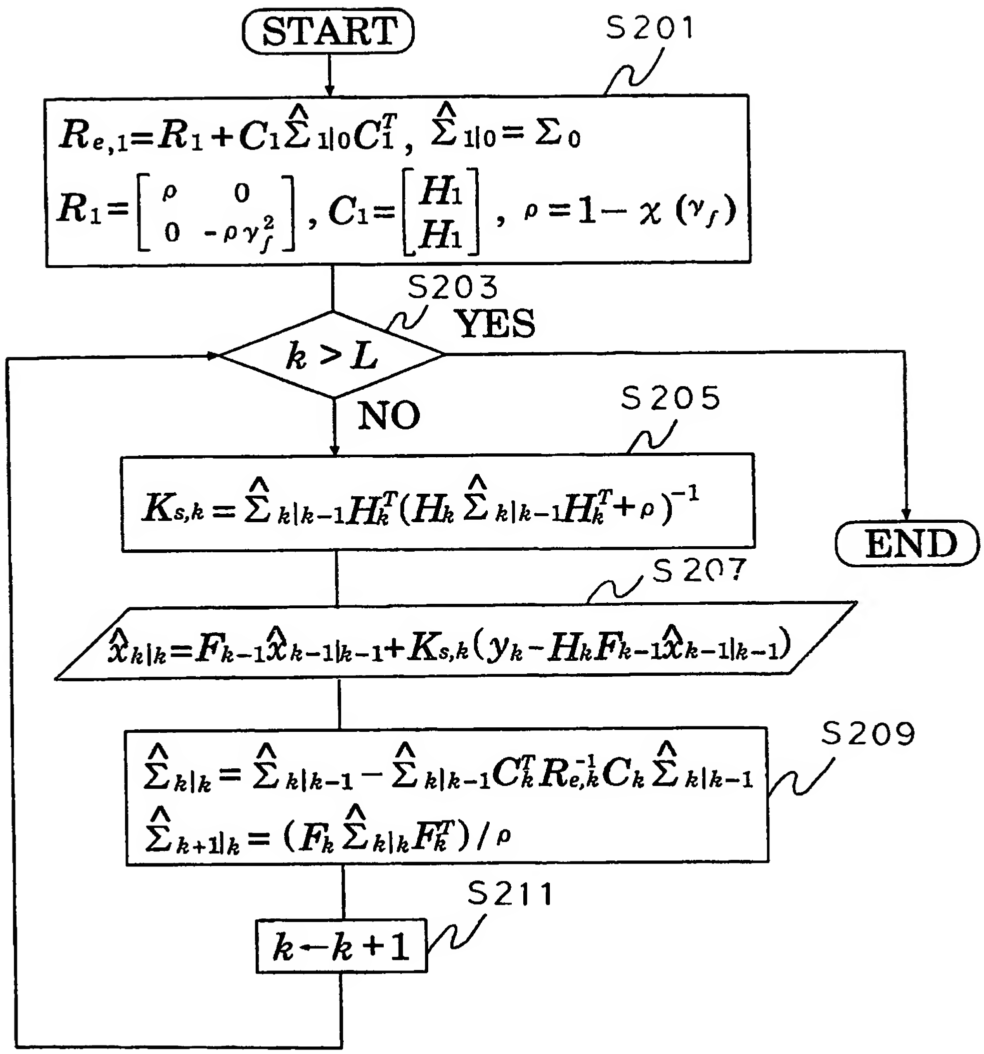
【書類名】図面
【図１】



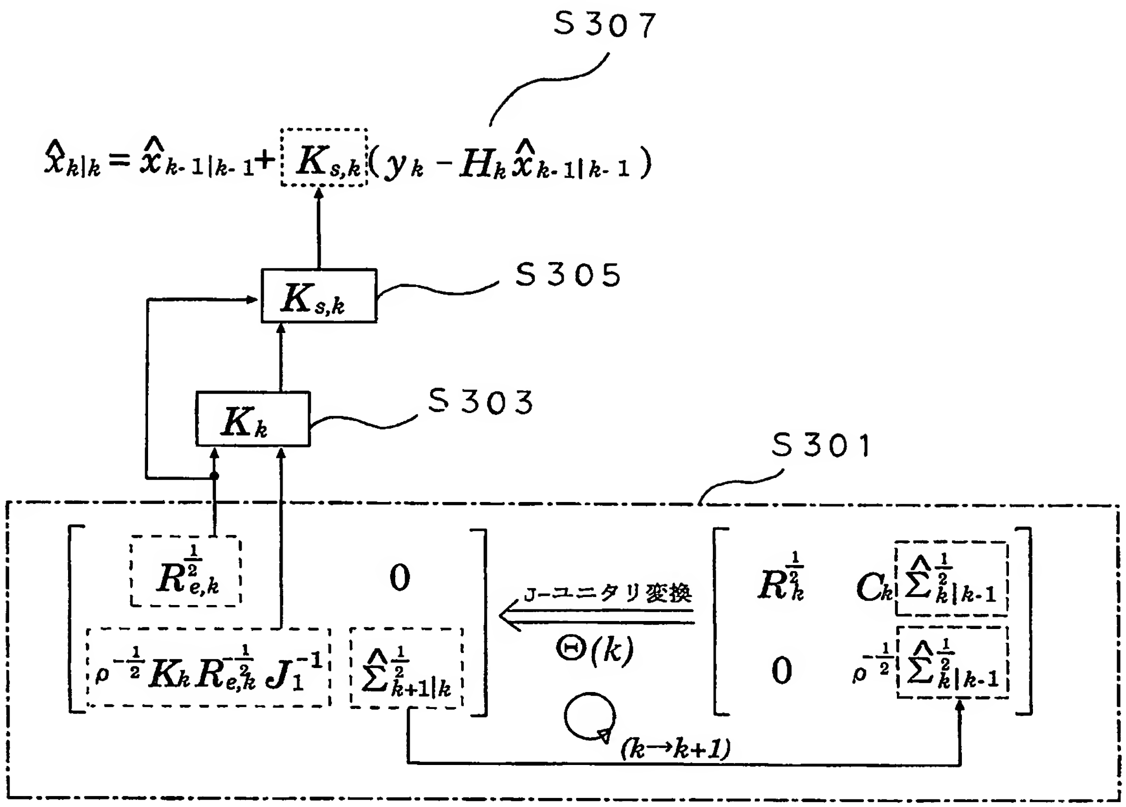
【図２】


START
$\gamma_f \gg 1$
S101
H_∞ フィルタ
S105
忘却係数 $\rho = 1 - \chi(\gamma_f)$
S103
$K_{s,k}$
EXC
S107
EXC>0
S109
YES
NO
$\gamma_f \leftarrow \gamma_f - \Delta\gamma$
S111
$\gamma_f^{op} \leftarrow \gamma_f + \Delta\gamma$
S113
END

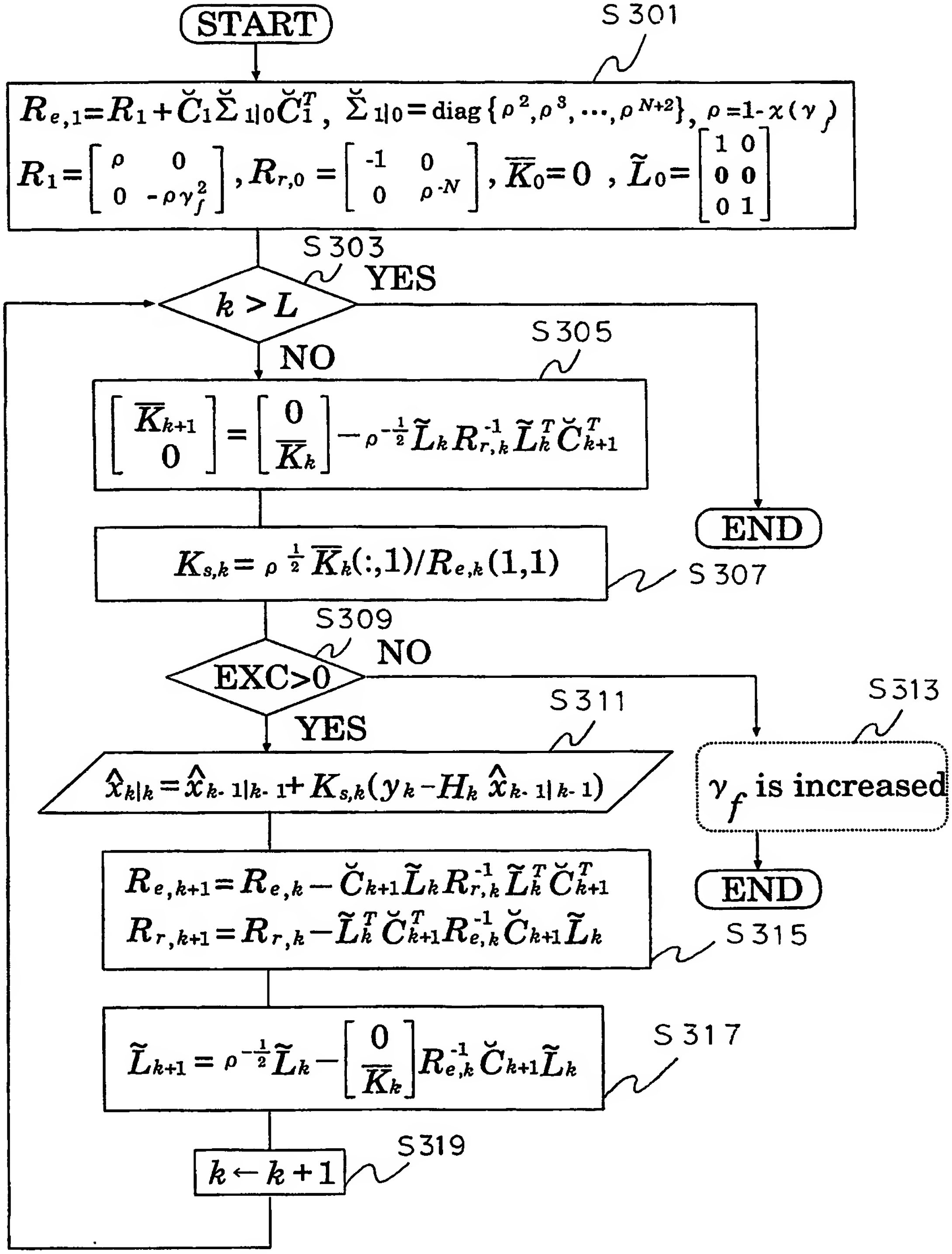
【図３】


START
S201
$R_{e,1}=R_1+C_1\hat{\Sigma}_{1|0}C_1^T$, $\hat{\Sigma}_{1|0}=\Sigma_0$
$R_1=\begin{bmatrix}\rho & 0\\ 0 & -\rho\gamma_f^2\end{bmatrix}$, $C_1=\begin{bmatrix}H_1\\ H_1\end{bmatrix}$, $\rho=1-\chi(\gamma_f)$
S203
YES
$k>L$
NO
S205
$K_{s,k}=\hat{\Sigma}_{k|k-1}H_k^T(H_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}H_k^T+\rho)^{-1}$
END
S207
$\hat{x}_{k|k}=F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}+K_{s,k}(y_k-H_kF_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1})$
S209
$\hat{\Sigma}_{k|k}=\hat{\Sigma}_{k|k-1}-\hat{\Sigma}_{k|k-1}C_k^TR_{e,k}^{-1}C_k\hat{\Sigma}_{k|k-1}$
$\hat{\Sigma}_{k+1|k}=(F_k\hat{\Sigma}_{k|k}F_k^T)/\rho$
S211
$k\leftarrow k+1$

【図４】



【図５】


START
S301
$R_{e,1}=R_1+\breve{C}_1\breve{\Sigma}_{1|0}\breve{C}_1^T$, $\breve{\Sigma}_{1|0}=\mathrm{diag}\{\rho^2,\rho^3,\cdots,\rho^{N+2}\}$, $\rho=1-\chi(\gamma_f)$
$R_1=\begin{bmatrix}\rho & 0\\ 0 & -\rho\gamma_f^2\end{bmatrix}$, $R_{r,0}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & \rho^{-N}\end{bmatrix}$, $\overline{K}_0=0$, $\tilde{L}_0=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$
S303
$k>L$
YES
NO
S305
$\begin{bmatrix}\overline{K}_{k+1}\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ \overline{K}_k\end{bmatrix}-\rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\breve{C}_{k+1}^T$
END
$K_{s,k}=\rho^{\frac{1}{2}}\overline{K}_k(:,1)/R_{e,k}(1,1)$
S307
S309
EXC>0
NO
YES
S311
S313
$\hat{x}_{k|k}=\hat{x}_{k-1|k-1}+K_{s,k}(y_k-H_k\hat{x}_{k-1|k-1})$
γ_f is increased
END
$R_{e,k+1}=R_{e,k}-\breve{C}_{k+1}\tilde{L}_k R_{r,k}^{-1}\tilde{L}_k^T\breve{C}_{k+1}^T$
$R_{r,k+1}=R_{r,k}-\tilde{L}_k^T\breve{C}_{k+1}^T R_{e,k}^{-1}\breve{C}_{k+1}\tilde{L}_k$
S315
S317
$\tilde{L}_{k+1}=\rho^{-\frac{1}{2}}\tilde{L}_k-\begin{bmatrix}0\\ \overline{K}_k\end{bmatrix}R_{e,k}^{-1}\breve{C}_{k+1}\tilde{L}_k$
S319
$k\leftarrow k+1$

【図６】

エコーパスのインパルス応答

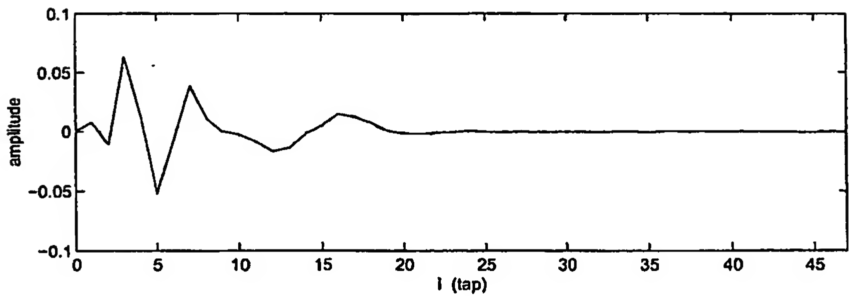
h_0	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5
0.0	0.008	-0.012	0.064	0.013	-0.052

h_6	h_7	h_8	h_9	h_{10}	h_{11}
-0.007	0.039	0.011	0.0	-0.002	-0.009

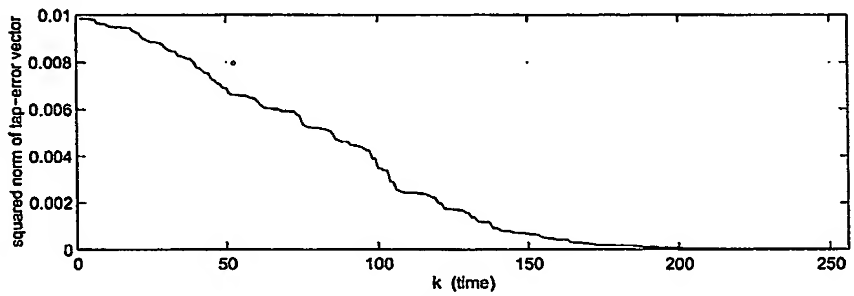
h_{12}	h_{13}	h_{14}	h_{15}	h_{16}	h_{17}
-0.016	-0.013	-0.001	0.004	0.015	0.013

h_{18}	h_{19}	h_{20}	h_{21}	h_{22}	h_{23}
0.007	0.0	-0.001	-0.002	-0.001	0.0

【図７】

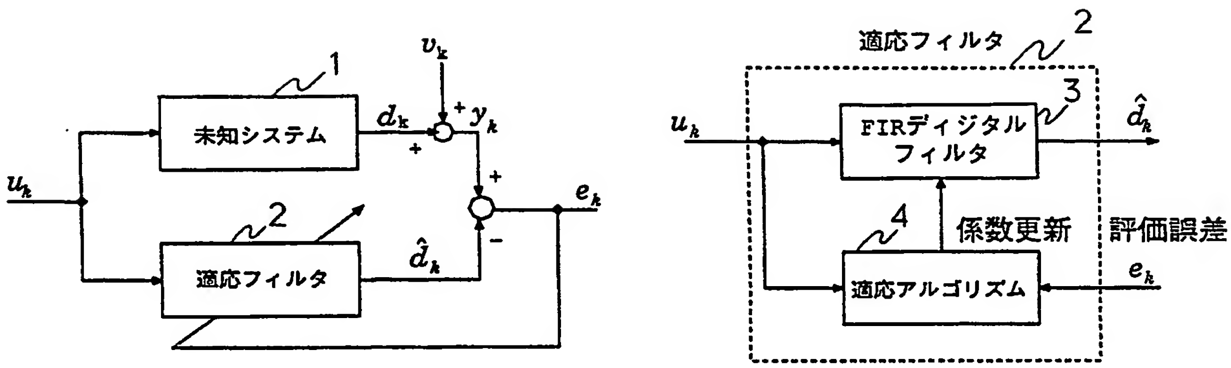


(a) インパルス応答の推定値 ($\hat{x}_{256|256}$)



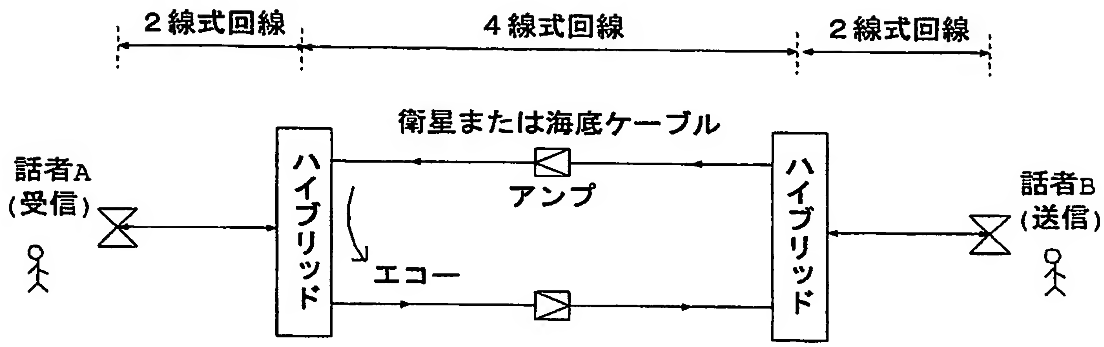
(b) タップ誤差の推移

【図８】

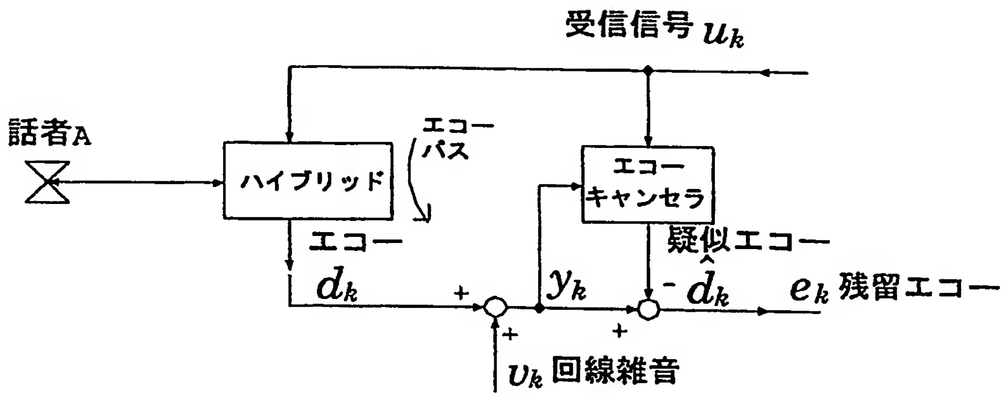


（ａ）出力誤差方式　　（ｂ）適応フィルタの構造

【図９】


２線式回線
４線式回線
２線式回線
衛星または海底ケーブル
話者A
(受信)
ハイブリッド
アンプ
エコー
ハイブリッド
話者B
(送信)

【図１０】


受信信号 u_k
話者A
ハイブリッド
エコー
パス
エコー
キャンセラ
エコー
d_k
+
y_k
疑似エコー
- $\hat{d}_k$
e_k 残留エコー
+
+
v_k 回線雑音

【書類名】要約書
【要約】
【課題】　忘却係数を理論的に最適に決定できる推定方法を確立すると共に、その数値的に安定な推定アルゴリズムと高速アルゴリズムを開発する。
【解決手段】　まず、処理部は、記憶部又は入力部ら上限値γ_fを読み出し又は入力する（Ｓ１０１）。処理部は、式（１５）によって忘却係数ρを決定する（Ｓ１０３）。その後、処理部は、忘却係数ρに基づき、式（１０）～式（１３）の変形H_∞フィルタを実行する（Ｓ１０５）。処理部１０１は、式（１７）（あるいは、後述の式（１８））の存在条件を計算し（Ｓ１０７）、その存在条件がすべての時刻で満たされれば（Ｓ１０９）、γ_fを$\Delta\gamma$だけ小さくして同じ処理を繰り返す（Ｓ１１１）。一方、あるγ_fで存在条件を満たさなくなったとき（Ｓ１０９）、そのγ_fに$\Delta\gamma$を加えたものをγ_fの最適値γ_f^{op}として出力部に出力及び／又は記憶部に記憶する（Ｓ１１３）。
【選択図】　図２

【書類名】　出願人名義変更届（一般承継）
【提出日】　平成15年10月31日
【あて先】　特許庁長官　殿
【事件の表示】
　【出願番号】　特願2003-291614
【承継人】
　【識別番号】　503360115
　【住所又は居所】　埼玉県川口市本町四丁目１番８号
　【氏名又は名称】　独立行政法人科学技術振興機構
　【代表者】　沖村　憲樹
　【連絡先】　〒１０２－８６６６　東京都千代田区四番町５－３　独立行政法人科学技術振興機構　知的財産戦略室　佐々木吉正　ＴＥＬ　０３－５２１４－８４８６　ＦＡＸ　０３－５２１４－８４１７
【提出物件の目録】
　【物件名】　権利の承継を証明する書面　1
　　【援用の表示】　平成１５年１０月３１日付提出の特第許３４６９１５６号にかかる一般承継による移転登録申請書に添付のものを援用する。
　【物件名】　登記簿謄本　1
　　【援用の表示】　平成１５年１０月３１日付提出の特第許３４６９１５６号にかかる一般承継による移転登録申請書に添付のものを援用する。

特願２００３－２９１６１４

出　願　人　履　歴　情　報

識別番号　　　　　　　［３９６０２０８００］

１．変更年月日	１９９８年　２月２４日
［変更理由］	名称変更
住　所	埼玉県川口市本町４丁目１番８号
氏　名	科学技術振興事業団

特願２００３－２９１６１４

出　願　人　履　歴　情　報

識別番号　　　　［５０３３６０１１５］

１．変更年月日　　２００３年１０月　１日
　［変更理由］　　新規登録
　　住　所　　　　埼玉県川口市本町４丁目１番８号
　　氏　名　　　　独立行政法人　科学技術振興機構